

Zadaci s pismenih ispita iz Matematike I treći dio

1. Odredite područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

2. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x \ln^2 x$.
3. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = x - \ln(x + 1).$$

4. Odredite prirodnu domenu, nultočke, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{x^3 - 4}{(x - 1)^3}.$$

5. Odredite prirodnu domenu, nultočke, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right).$$

6. Odredite prirodnu domenu, nultočke, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^{x^2}}.$$

7. Odredite prirodnu domenu, nultočke, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{x^3 + 4}{(x + 1)^3}.$$

8. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}.$$

9. Odredite prirodnu domenu, nultočku, asimptotu, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = 2 \arccos \frac{1}{x - 1}.$$

10. Odredite prirodnu domenu, nultočku, asimptotu, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = -2 \arccos \frac{1}{x + 1}.$$

11. Odredite prirodnu domenu, nultočku, asimptotu, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \arccos \frac{1}{x+2}.$$

12. Odredite prirodno područje definicije, lokalne ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \ln(x-1) + \frac{7-4x}{2(x-1)^2}.$$

13. Odredite prirodnu domenu, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}.$$

14. Odredite prirodnu domenu, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}.$$

15. Odredite prirodnu domenu, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}.$$

16. Odredite prirodnu domenu, točke ekstrema, asimptote, te skicirajte graf funkcije $x \mapsto f(x)$, ako je

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$$

17. Odredite prirodno područje definicije, lokalne ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \ln(1-x) + \frac{7-4x}{2(x-1)^2}.$$

18. Odredite prirodno područje definicije, lokalne ekstreme, točke infleksije, područja rasta i pada, područja konveksnosti i konkavnosti, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) - \operatorname{Arctg}x.$$

19. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \sqrt{x^2-x}.$$

20. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = x - 2\operatorname{Arctg}x.$$

21. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 7x - 3}{2x^2}.$$

22. Odredite prirodno područje definicije, lokalne ekstreme, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = x - 6 \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right).$$

23. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, ekstreme, rast i pad, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x(x^2 - 4)}.$$

24. Odredite prirodnu domenu, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{1-x}}.$$

25. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

26. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \arcsin e^x.$$

27. Odredite područje definicije i asimptote funkcije $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$. Odredite intervale rasta i pada funkcije, ispitajte konveksnost, konkavnost funkcije te skicirajte njen graf.

28. Odredite područje definicije i asimptote funkcije $f(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$. Odredite intervale rasta i pada funkcije, ispitajte konveksnost, konkavnost funkcije te skicirajte njen graf.

29. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = (\ln 2x)^2.$$

30. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, točke infleksije i asimptote funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{8 - 4x}{(x - 1)^2}.$$

Ispitajte rast i pad, te konveksnost i konkavnost zadane funkcije i skicirajte graf.

31. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, točke infleksije i asimptote funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}.$$

Ispitajte rast i pad, te konveksnost i konkavnost zadane funkcije i skicirajte graf.

32. (a) Odredite domenu i asimptote funkcije

$$f(x) = \frac{\text{Arch}(x - 4)}{x - 5}.$$

- (b) Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$g(x) = \ln(x^2 + 4).$$

33. Odredite $a, b, c \in R$, tako da funkcija $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4}$ ima horizontalnu asimptotu $y = -1$ i minimum u $T(0,1)$. Skicirajte graf tako dobivene funkcije.

34. Odredite $a, b, c \in R$, tako da funkcija $f(x) = \frac{x^2 - x + c}{x^2 + ax + b}$ ima vertikalne asimptote $x = -1$ i $x = 3$ i ekstrem za $x = 0$. Skicirajte graf tako dobivene funkcije.

35. (a) Odredite domenu i asimptote funkcije

$$f(x) = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right).$$

- (b) Odredite vrijednosti parametara a i b za koje funkcija $g(x) = a \ln x + bx^2 + x$ ima stacionarne točke $x = 1$ i $x = 2$. Ispitajte ima li funkcija u tim točkama lokalne ekstreme?

36. Ispitati tok (domena, intervali rasta i pada, ekstremi, točke infleksije, intervali konveksnosti i konkavnosti, asimptote) i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{x^2 - 4x + 3}}.$$

37. (a) Skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{\ln(x-1)^2}{2}$

- (b) Napišite jednadžbu tangente na graf funkcije u točki $A(e+1,1)$.

38. Odredite područje definicije, nultočku, ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = \arctg(1 + \frac{1}{x})$.

39. Ispitajte tok (domena, nultočke, intervali rasta i pada, lokalni ekstremi, intervali konveksnosti i konkavnosti, točke infleksije, asimptote) i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = x^2 2^{-x}.$$

40. Ispitajte tok (domena, nultočke, intervali rasta i pada, lokalni ekstremi, intervali konveksnosti i konkavnosti, točke infleksije, asimptote) i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{2^{-x}}{x^2}.$$

41. Odredite područje definicije, nultočku, ekstreme, točku infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = \arctg \frac{x-2}{x-1}$.

42. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}.$$

43. Odredite područje definicije, nultočke, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1 \right).$$

44. Odredite područje definicije, nultočke, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{1 - \log_2 x}{1 + \log_2 x}.$$

45. Ispitaj tok i nacrtaj graf funkcije

$$f(x) = \text{Arcsin}(1 - e^x).$$

46. Ispitaj tok i nacrtaj graf funkcije

$$f(x) = \text{Arcsin}(e^x - 1).$$

47. Ispitaj tok i nacrtaj graf funkcije

$$f(x) = \text{Arcsin}(e^x - 1).$$

48. Ispitajte tok (ekstreme, rast, pad, infleksije, konveksnost, konkavnost, asimptote) i nacrtajte graf funkcije $f(x) = x + e^{-x}$.

49. Ispitajte tok (ekstreme, rast, pad, infleksije, konveksnost, konkavnost, asimptote) i nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^x - x$.

50. Odredite prirodno područje definicije, ekstreme, točke infleksije, asimptote, ispitate rast, pad, konveksnost, konkavnost i nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{\frac{1}{3-x}}$.

51. Odredite prirodno područje definicije, ekstreme, točke infleksije, asimptote, ispitate rast, pad, konveksnost, konkavnost i nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{\frac{1}{x-2}}$.
52. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$.
53. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{(1-x)^2}{(3-x)^3}$.
54. Odredite područje definicije, ekstrem, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije $f(x) = xe^{\frac{2}{x}} + 1$.
55. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, intervale rasta i pada, asimptote, te skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{\ln 2x}{\sqrt{x}}$.
56. Odredite b tako da funkcija zadana formulom $f(x) = xe^{1-bx}$ ima za $x=2$ točku infleksije. Skicirajte graf te funkcije.
57. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \arctg(\ln x)$.
58. Odredite prirodnu domenu, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{4-x}}$$

59. Odredite prirodnu domenu, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{x-4}}$$

60. Odredite prirodno područje definicije, nultočke, lokalne ekstreme, točke infleksije i asimptote funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{12 - 4x}{(x - 2)^2}$$

Ispitajte rast i pad, te konveksnost i konkavnost zadane funkcije i skicirajte graf.

61. Odredite područje definicije i asimptote funkcije $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$. Odredite intervale rasta i pada funkcije, ispitate konveksnost, konkavnost funkcije te skicirajte njen graf.
62. Odredite područje definicije, nultočke, ekstreme, točke infleksije, asimptote, te skicirajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = (3 - x)\sqrt{e^{x-1}}$.